Chapitre : limites et continuité

Leçon : Notion de limites

Limite à droite et limite à gauche :

f admet une limite **à droite** en a si $\lim_{x \to a^+} f(x) = l < \infty$.

f admet une limite **à gauche** en a si $\lim_{x \to a^-} f(x) = l < \infty$.

Alors $\lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x) = l < \infty$ alors f admet une limite finie en a .

Formes indéterminées :

$\frac{\infty}{\infty}$ $\quad$ $\frac{0}{0}$ $\quad$ $0 \times \infty$ $\quad$ $\infty - \infty$

Règles opératoires

La limite en $\pm\infty$ d'une fonction **polynôme** est égale à la limite de son terme de **plus haut degré**.

Propriétés :

- $\lim_{x \to \infty} \frac{l}{x} = 0$, avec l est un réel
- $\lim_{x \to 0} \frac{l}{x} = +\infty$ si $l > 0$
- $\lim_{x \to 0} \frac{l}{x} = -\infty$ si $l < 0$

Interprétations graphiques

Si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = b$, alors la droite d'équation y = b est une <u>asymptote horizontale</u> à la courbe Cf au voisinage $\pm\infty$.

Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$, alors la droite d'équation x = a est une <u>asymptote verticale</u> à la courbe Cf.

Si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) - (ax + b) = 0$, alors la droite d'équation y = ax+b est <u>une asymptote oblique</u> à la courbe Cf en $\pm\infty$.

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$

- $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \pm\infty$, alors Cf admet une **branche parabolique** de direction **(Oy)** **(Type x^2)**
- $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, alors Cf admet une **branche parabolique** de direction **(Ox)** **(Type $\sqrt{x}$)**
- $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a \neq 0$
  - $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) - ax = b$, alors la droite d'équation **y = ax +b** est une <u>asymptote oblique</u> à C en $\pm\infty$
  - $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) - ax = \pm\infty$, alors Cf admet une <u>branche parabolique</u> de direction la droite d'équation : **y = ax** en $\pm\infty$

Limite d'une fonction composée : gof(x)

$$\lim_{x \to a} f(x) = b$$

$$\lim_{x \to b} g(x) = c$$

$$\lim_{x \to a} gof(x) = c$$